

# SONS ET REPRESENTATION VISUELLE EN HYPERESPACE : L'HYPERSPHERE DES SPECTRES

GILLES BAROIN<sup>1</sup>, STÉPHANE DE GÉRANDO<sup>2</sup>

RÉSUMÉ. Nous proposons deux objectifs : suivant les recherches initiées par Gilles Baroin, développer un modèle général de représentation visuelle, sonore et musicale que nous intitulons l'hypersphère des spectres, s'interroger sur la potentialité esthétique d'un modèle en quatre dimensions géométriques, comme pour ouvrir des perspectives artistiques.

## 1. OBJECTIF DE LA RECHERCHE

Nous proposons un modèle de représentation visuelle de la musique ou des sons que nous intitulons l'hypersphère des spectres. Nous considérons l'ensemble du spectre sonore audible et le projetons sur une spirale en surface d'une hypersphère dans un espace à 4 dimensions. Nous obtenons de ce fait un modèle général continu de représentation visuelle et sonore. Ce modèle permet de visualiser à la fois les hauteurs et les spectres. Plusieurs questions se posent, comme le choix des analogies entre paramètres sonores et visuels, la modélisation mathématique des problématiques, la transcription infographique des données ou les perspectives d'utilisation de ce modèle. Afin que cette présentation puisse intéresser les musiciens et les mathématiciens, nous avons choisi d'intégrer quelques rappels élémentaires liés aux deux disciplines respectives.

## 2. PRESENTATION DE L'HYPERSPHERE DES SPECTRES

### Hyperspace – hypersphère

Si l'on évoque le développement d'un modèle général liant perception sonore et visuelle, il est important de rappeler les paramètres physiques qui définissent le son et la lumière : fréquence, durée, intensité dans le cadre de phénomène ondulatoire simple, puis la question du spectre dans le cadre de phénomènes ondulatoires complexes. Nous traiterons ici principalement de la fréquence et du spectre, de l'intensité et de la durée, même si cette dernière est une résultante de « la mise en mouvement du modèle ».

Le choix d'une représentation en hyperspace offre davantage de potentialité qu'une modélisation dans un espace à deux ou trois dimensions. Rappelons en effet qu'un hyperspace est espace euclidien de dimension supérieure à 3. Il ne s'agit ici pas d'une représentation de quatre dimensions avec le temps (x, y, z, t), mais bien d'une représentation géométrique en quatre dimensions. Prenons l'exemple d'une visualisation d'un objet, l'hypercube, dans un espace passant d'une à quatre dimensions.

Dimension	Forme	Nombre de			
		Sommets	Arrêtes	Faces carrées	Faces cubiques
0	Point	1			
1	Segment	2	1		
2	Carré	4	4	1	
3	Cube	8	12	6	1
4	Tesseract	16	32	24	8

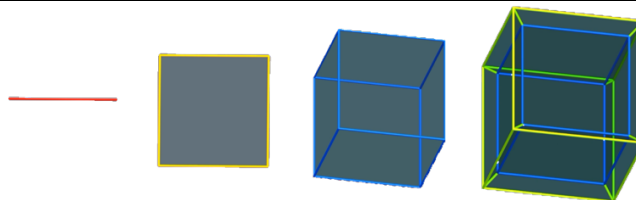


Figure 1 : De la première à la quatrième dimension...

L'hypersphère est une généralisation de la sphère à un espace euclidien de dimension quelconque. L'espace de dimension 4 contient la sphère S3 de dimension 3.

<sup>1</sup> Gilles Baroin est ingénieur infographiste et docteur en musicologie computationnelle, mathémusicien à l'origine du modèle Planet-4D permettant de visualiser des objets musicaux et leurs symétries en hyperspace.

<sup>2</sup> Stéphane de Gérando est chercheur associé à l'IDEAT CNRS Paris I, Docteur habilité à diriger les recherches, compositeur (Premier prix et 3e Cycle du Conservatoire national supérieur de musique et de danse de Paris) et artiste multimédia. Enseignant et directeur de Centres de formation supérieure, Stéphane de Gérando est à l'initiative de festivals liés à l'innovation et la création en France depuis 2006. Ses publications ont pour sujets la notion même de création et l'invention numérique de l'image et du son. Derniers ouvrages : *L'œuvre musicale à l'épreuve du concept*, Paris, l'Harmattan IDEAT – CNRS - Paris I, 2012 et *Dialogues imaginaires*, Paris, Tschann, coll. « Inactuelles », 2010, avec CD monographique en collaboration avec Radio-France et MFA.

La visualisation en quatre dimensions de cet espace a montré des résultats [Thèse de Doctorat, Gilles Baroin], dont l'adéquation entre les distances perçues acoustiquement et celles mesurées physiquement. Le système de représentation utilisé permet de plus de garder une position centrale lors de la visualisation et procure une impression de symétrie visuelle (cf. figure ci-dessous).

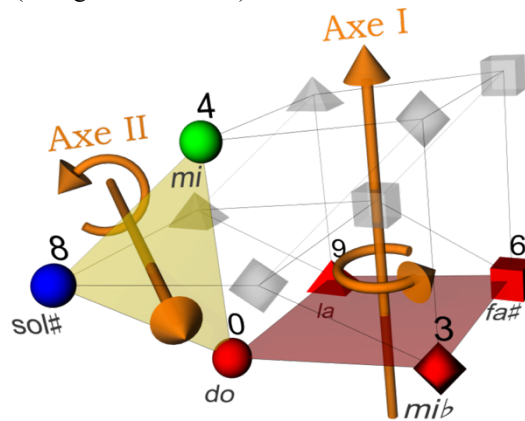
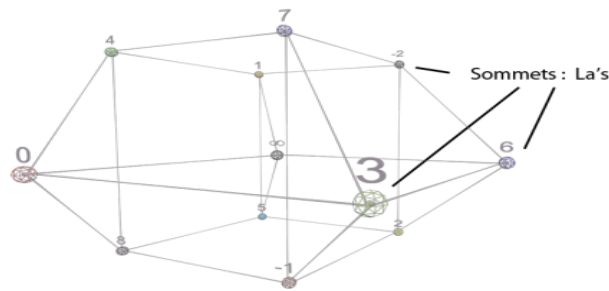


Figure 2 : Modèle initial, Planet-4D

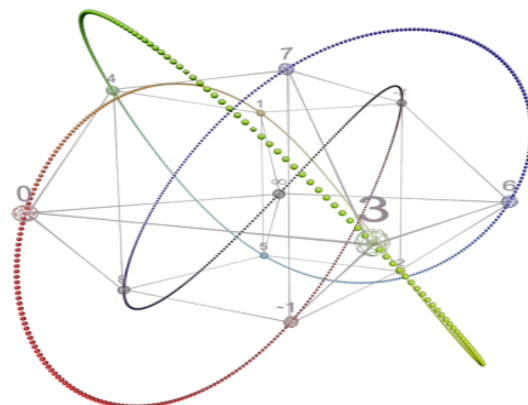
Reprenant l'idée de ce modèle Planet-4D qui représente les douze classes de hauteurs de la Set Theory [Allen Forte] en surface d'une hypersphère, il est donc ici question d'inventer un modèle « global » comme nous allons le voir plus en détail.

### L'architecture du modèle

Pour mieux appréhender le modèle visuel en action (cf. vidéos sur internet), nous proposons dans un premier temps de présenter son architecture suivant les figures ci-dessous.



Structure du modèle Planet-4D



Spirale en surface de l'hypersphère

Figure 3 : Présentation de l'architecture du modèle.

Nous présentons l'architecture du modèle sous forme de traits blancs, les sommets symbolisés ici par des sphères « en fil de fer » représentent les différentes fréquences de la note « la » pour l'ensemble du spectre audible, le la étant une référence musicale. Les sommets sont numérotés ci-dessus de -2 à 8, le point infini ( $\infty$ ) étant hors du spectre audible, il correspondrait à La-3 ou La9.

La spirale en surface l'hypersphère est en conséquence matérialisée par un ensemble de petites sphères colorées correspondant à une fréquence. Nous décomposons en 16ème de ton et obtenons ainsi 96 points le long de la spirale entre chaque sommet du modèle. De la même manière que la fréquence sonore varie des infra-sons aux ultrasons, la couleur de la spirale varie d'un infra-rouge à un ultra-violet, tous deux hors du spectre visuel. Les points de couleur théoriquement invisibles ont été remplacés par du noir afin de percevoir la continuité de la spirale. Chacun des points de la spirale est relié au « cœur » par un rayon de couleur correspondante formant ainsi un voile arc-en-ciel utile pour se repérer dans l'espace en mouvement.

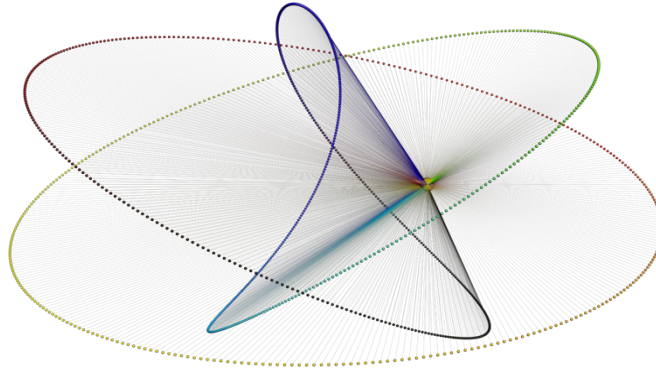


Figure 4 : Voile arc-en-ciel de l'hypersphère des spectres.

## Analogies entre paramètres sonores et visuels

### 1. Fréquence – timbre

Les sons ou la musique visuellement représentés, qu'il s'agisse ici de succession de timbres ou d'accords, peuvent être interprétés à la manière d'un sonagramme, c'est à dire comme une sommation de fréquences élémentaires de forme sinusoïdale, de façon analogue à une décomposition en série de Fourier (et en utilisant l'amplitude de chaque fréquence).

Chaque note fondamentale sera caractérisée par sa fréquence et représentée une petite sphère positionnée le long d'une spirale sur l'hypersphère. Un rayon la reliera au « centre », nous différencions les harmoniques des notes fondamentales en ne représentant que le rayon. En effet, lorsqu'une fréquence fondamentale (hauteur perçue) est présente dans le son, nous matérialisons une petite sphère plus grosse que celles représentant une fréquence non jouée le long de la spirale. Le diamètre de la boule représentant cette fondamentale est proportionnel à son intensité.

### Le barycentre du timbre ou cœur de l'hypersphère

Le cœur de l'hypersphère est symbolisé par une planète aux continents colorés et aux océans transparents, la couleur des continents est une moyenne des fréquences en présence. La position du cœur est le barycentre de l'ensemble des partiels ou points actifs de la spirale. Autrement dit, sa position est la moyenne pondérée des positions de chaque point représentant les fréquences en présence. Plus le timbre est chargé en partiels, plus le barycentre du timbre se rapproche du centre de l'hypersphère et s'éloigne ainsi de sa surface.

Notons que la projection de quatre vers trois dimensions peut ne pas refléter cet aspect visuellement. En effet : la surface d'une hypersphère nous apparaît comme repliée en trois dimensions (à l'instar d'un cube dessiné sur un plan ou les faces 3D se coupent en 2D), le barycentre 4D sera bien au centre de l'image 3D et par conséquent 2D, mais certains points calculés et positionnés en quatre dimensions peuvent nous sembler centraux une fois projetés en trois dimensions. Le calcul de la position du barycentre est détaillé plus bas.

### 2. Intensité

Puisque nous caractérisons chaque fréquence prise en compte par la position spatiale de symboles graphiques : rayon et petite sphère le long de la spirale, nous associons à l'intensité de cette fréquence les diamètres de ce rayon et de la sphère le long de la spirale. Ainsi les fréquences de forte intensité seront représentées par des rayons plus larges.

### 3. Durée

Ce modèle diachronique suit visuellement l'évolution de la musique ou des sons. Notons que cette prise en compte du temps est une résultante qui peut paraître extérieur au modèle alors que la durée est bien une dimension qui rythme l'évolution de l'hypersphère des spectres.

#### La position de l'observateur

Tous les points, hormis le cœur, sont immobiles dans leur espace 4D natif. C'est l'hypersphère qui tourne devant le spectateur selon ses deux axes principaux. Il en résulte ainsi une projection différente en 3D puis 2D. Afin de prendre conscience des rotations 4D, nous utilisons un repère fixe matérialisé par une planète grise dont la position 2D (et par conséquent 4D) ne varie pas (ne bouge jamais).

#### Visualisation d'un son dans l'hypersphère des spectres : arrêt sur image

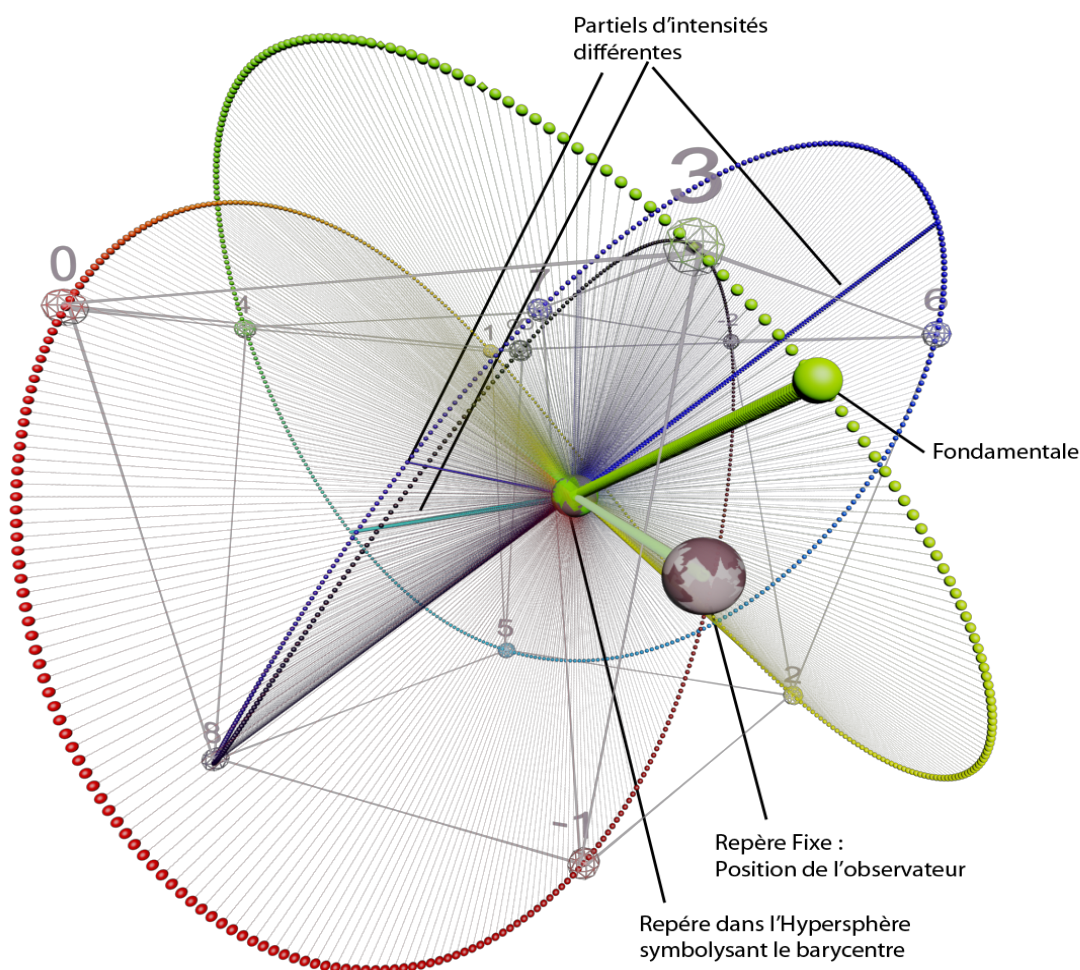


Figure 5 : Présentation de la sphère en mouvement : arrêt sur image.

L'arrêt sur image de la sphère en mouvement montre que nous distinguons graphiquement les fréquences fondamentales des partiels en matérialisant une sphère colorée sur la spirale, un partiel n'étant représenté que par un rayon comme nous l'avons précédemment expliqué.

Dans le cas d'un son ou plusieurs fondamentales seraient perçues, par exemple un accord, le modèle indiquera chacune des fondamentales par une sphère le long de la spirale. Ainsi que pour le diamètre du rayon, celui de la sphère représentant une fondamentale est proportionnel à l'intensité de celle-ci. Le système est mis en rotation en quatre dimensions et le repère fixe matérialise la position de l'observateur. Le repère dans l'hypersphère représente le son actuel, sa position est calculée comme la moyenne des fréquences constituantes, sa couleur est une moyenne des fréquences impliquées, et le diamètre du repère central matérialisation du barycentre, est proportionnel à l'intensité perçue du son. Le paragraphe suivant précise les calculs des positions des éléments du modèle.

### 3. MODELISATION MATHÉMATIQUE

#### Visualisation 4D

Résumons la situation. Afin de visualiser le modèle, nous avons vu que nous utilisons une projection cavalière de 4D vers 3D et considérons que l'observateur est fixe devant une hypersphère en rotation. Un point de repère reste toujours en surface de l'hypersphère tournante selon deux axes 4D perpendiculaires, permettant ainsi un repérage plus aisé en hyperespace. La rotation de la sphère est telle que le barycentre sphérique des points composant le son soit en face du spectateur. Le modèle mathématique est continu, mais pour sa réalisation, nous limitons le nombre de points à 96 par octave, ce qui correspond à 1/16 de ton. Nous représentons alors 96\*12 points ou fréquences le long de la spirale. Le nombre de teintes (hues) que l'œil humain peut distinguer étant de 150 [Arnheim, 2004], la représentation graphique ne présentera pas de discontinuité visible par l'homme. Notons qu'avec la répartition utilisée et en codant la couleur sur 24 bits, nous obtenons de manière informatique une différence de couleur entre deux points adjacents variant au moins de  $1/256^3$  et au plus de  $3/256^3$ . Lors du calcul des fréquences, nous arrondissons au point le plus proche. Nous utilisons deux petites sphères en rotation pour matérialiser le son. Une sphère est à l'intérieur de l'hypersphère, elle représente le son actuel. La seconde est en surface et sert à se repérer. Chacun des points de la spirale périphérique représente une fréquence ceux-ci sont reliés à la sphère centrale par une ligne de largeur proportionnelle à l'intensité de cette fréquence. La couleur de la sphère centrale correspond à la moyenne pondérée par des couleurs attribuées aux fréquences de base. La sphère en surface est en partie transparente et reste de couleur neutre : grise.

#### Représentation visuelle d'une fréquence sonore

Nous utilisons une répartition logarithmique des fréquences sonores le long d'une courbe. Dans le cas d'une droite nous avons le modèle bien connu  $x = \ln\left(\frac{f}{f_0}\right)$  avec  $x$  ; l'abscisse et  $f_0$ , la fréquence correspondant au point  $x = 0$ . En répartissant maintenant  $N$  octaves le long d'un cercle nous avons :

$\alpha = \frac{2\pi}{N \ln(2)} \ln\left(\frac{f}{f_0}\right)$  avec  $\alpha$ , la position angulaire le long du cercle variant de  $-\pi$  à  $+\pi$  ;  $N$ , le nombre d'octaves présentes sur le cercle et  $f_0$ , la fréquence correspondant à  $\alpha = 0$ .

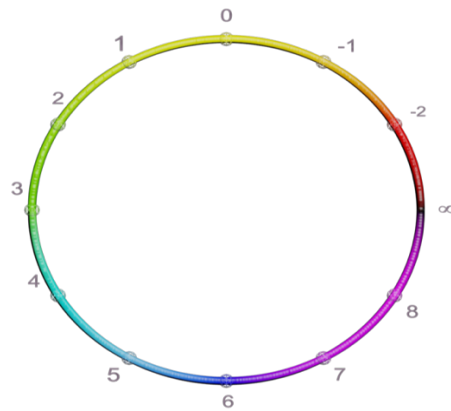


Figure 6 : Répartition le long d'un cercle.

Afin de représenter l'ensemble des fréquences audibles dans un espace Euclidien, nous réemployons l'hypersphère utilisée pour le modèle Planet-4D ou chaque classe de hauteur possède une position unique dans l'espace. Au lieu de les répartir le long d'un cercle, nous les disposons sur une spirale en surface de l'hypersphère. Dans le modèle Planet-4D, cette spirale relie chacune des classes de hauteurs dans l'ordre chromatique. En choisissant comme point de référence de cette spirale le  $la_3$ , et en considérant la distance entre deux sommets du modèle comme une octave, deux fréquences extrêmes correspondant théoriquement à  $la_{-3}$  à  $la_9$ , se superposent en un point diamétralement opposé au  $la_3$ .

La position d'un sommet symbolisant une classe de hauteurs est donnée par le quaternion suivant<sup>3</sup> :

$Q_n\left(\frac{1}{\sqrt{3}}e^{i\frac{2n\pi}{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{2n\pi}{4}}\right)$ , avec  $n \in (0,1,\dots,11)$ , le numéro de la classe de hauteur dans la Set Theory. Puisque nous associons  $la_3$  au point correspondant à 0 dans le modèle Planet-4D, nous obtenons l'analogie suivante.

<sup>3</sup> Les points sont situés sur deux cercles (2D) perpendiculaires en quatre dimensions et appartiennent à une hypersphère S3. Les diamètres des deux cercles diffèrent afin que chaque voisin d'un même sommet, le long d'un triangle ou d'un carré, soit équidistant [Baroin, 2011].

Le quaternion  $Q_k(\frac{1}{\sqrt{3}} e^{i \frac{2\pi}{3 \ln(2)} \ln(\frac{f_k}{f_0})}, \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i \frac{2\pi}{4 \ln(2)} \ln(\frac{f_k}{f_0})})$  représentant la position spatiale de la fréquence  $f_k$ , avec  $f_k \in [f_0 2^{-6}, f_0 2^6]$ . Il s'agit dans ce cas d'une ligne continue en surface de l'hypersphère, passant par les douze sommets du modèle, un point de cette courbe correspond à une fréquence sinusoïdale de base.

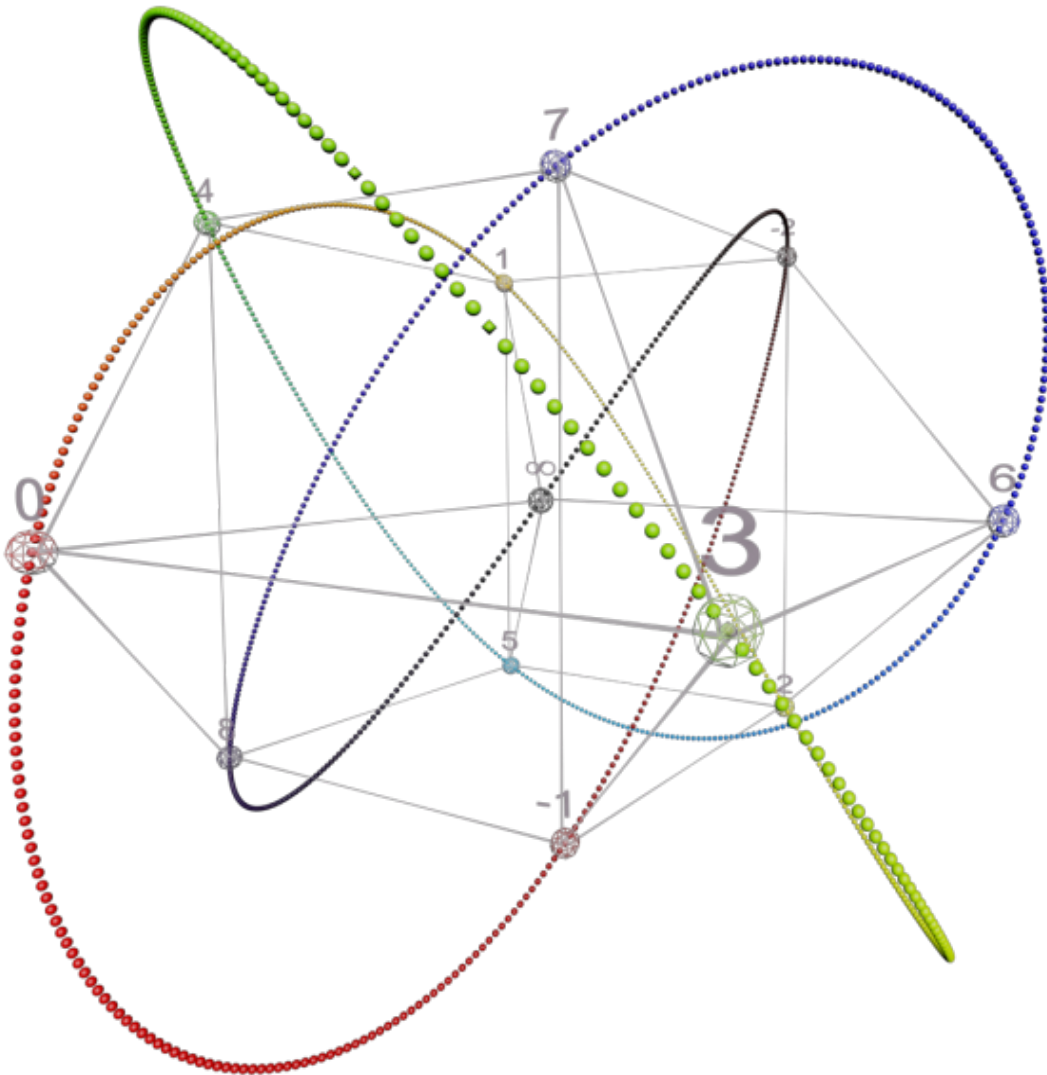


Figure 7 : La spirale en surface de l'hypersphère.

### Modélisation d'une somme de fréquences

Chaque son étant décomposé en un ensemble de fréquences, nous calculons la position de sa représentation dans l'espace géométrique comme la somme des points correspondant aux sinus de base. Nous tenons ainsi compte des intensités de chaque fréquence.

Soit  $s$ , un son constitué de  $n$  fréquences  $f_k$  d'intensité  $w_k$ . Nous avons

$$s = \sum_{k=1}^n w_k f_k.$$

Le quaternion correspondant est

$$Q_s = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{k=1}^n w_k e^{i \frac{2\pi}{3 \ln(2)} \ln(\frac{f_k}{f_0})}, \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^n w_k e^{i \frac{2\pi}{4 \ln(2)} \ln(\frac{f_k}{f_0})} \right)$$

Nous pouvons écrire

$$Q_s = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{k=1}^n w_k e^{i\alpha_k}, \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^n w_k e^{i\theta_k} \right)$$

En normalisant  $Q_s$ , nous obtenons un quaternion  $Q_n$  qui correspond au barycentre sphérique des points composant le son. Celui-ci est alors situé en surface de l'hypersphère mais pas forcément le long de la spirale. C'est ce point qui symbolisera la position de l'observateur.

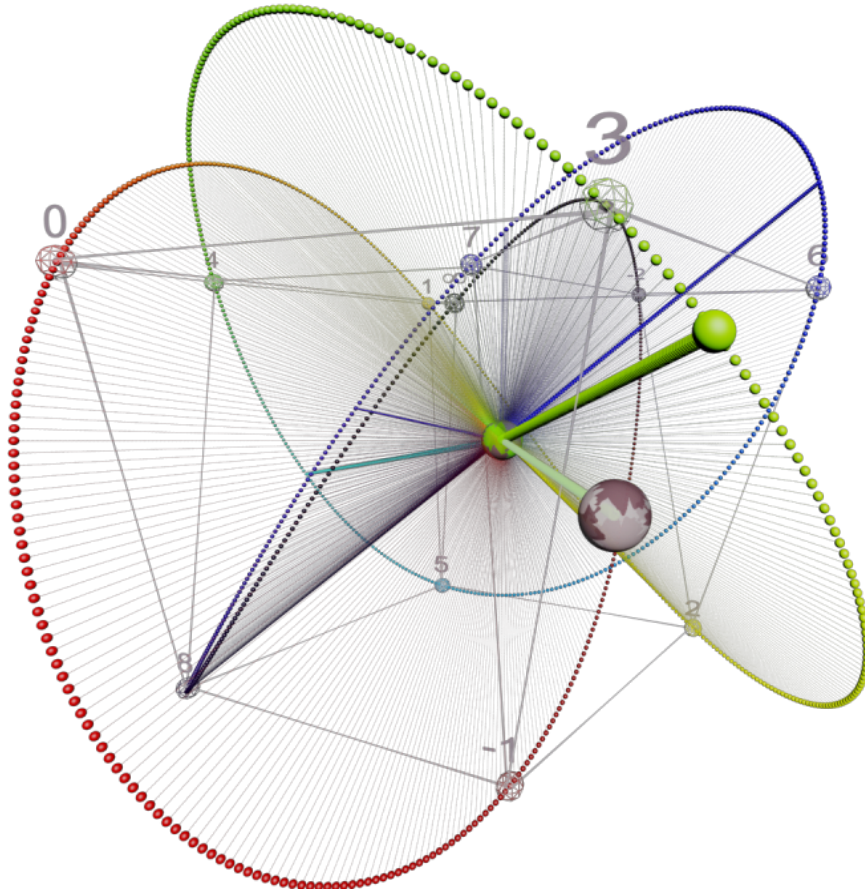


Figure 8 : Le barycentre et le barycentre sphérique.

La figure ci-dessus nous indique par une sphère colorée à l'intérieur de l'hypersphère, le barycentre des points symbolisant l'ensemble des fréquences. Le barycentre sphérique situé en surface de l'hypersphère est matérialisé par une sphère grise, sa position fixe symbolise l'« observateur ». Les rayons de diamètre différents représentent les fréquences en présence, la sphère le long de la spirale représente une fréquence fondamentale.

### Répartition des couleurs

A chaque fréquence audible, nous faisons correspondre une couleur visible. Nous choisissons de répartir le spectre visible de façon non linéaire (Baroin, 2011). Les couleurs des douze sommets, points correspondants aux multiples de la fréquence de référence, sont détaillées dans le tableau suivant. La teinte d'un point intermédiaire est interpolée en fonction de ses voisins. Le tableau suivant indique pour chacun des douze sommets du modèle, la fréquence et le la théorie correspondant ainsi que la composition de la couleur employée exprimée en Rouge, Vert et Bleu sur 24 bits. Le graphique associé indique les proportions de ces trois composantes.

F (Hz)	6.9	13.75	27.5	55	110	220	440	880	1.8 k	3.5 k	7.0 k	14.1 k	28.2 k
La	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R	0	4	64	255	255	246	60	15	0	0	4	4	0
G	0	0	0	0	126	255	219	150	80	0	0	0	0
B	0	0	0	0	0	0	0	0	180	255	127	12	0

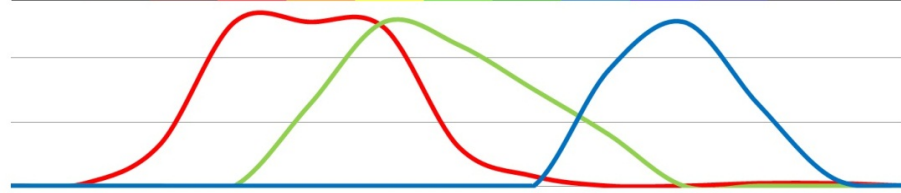


Figure 9 : Répartition choisie des couleurs selon la fréquence sonore

La limite de perception visuelle inférieure, (avant le rouge) correspond à une fréquence d'environ 10Hz, la limite supérieure (après l'indigo) à environ 20 kHz.

#### 4. PROBLEMATIQUES ESTHETIQUE, ARTISTIQUE ET PERSPECTIVES

##### Expérience 1 : fragment monodique simple avec changement de timbre

- Timbre : sinus, onde carrée, sinus
- Monodie : Do3 (sinus, 1 seconde), si3 (sinus, 1 seconde), la3 (sinus, 1 seconde) sol#3 (sinus 1 seconde), sol#3 (sinus -> onde carrée-> sinus, 4 secondes), sol#3 (sinus, 2 secondes)

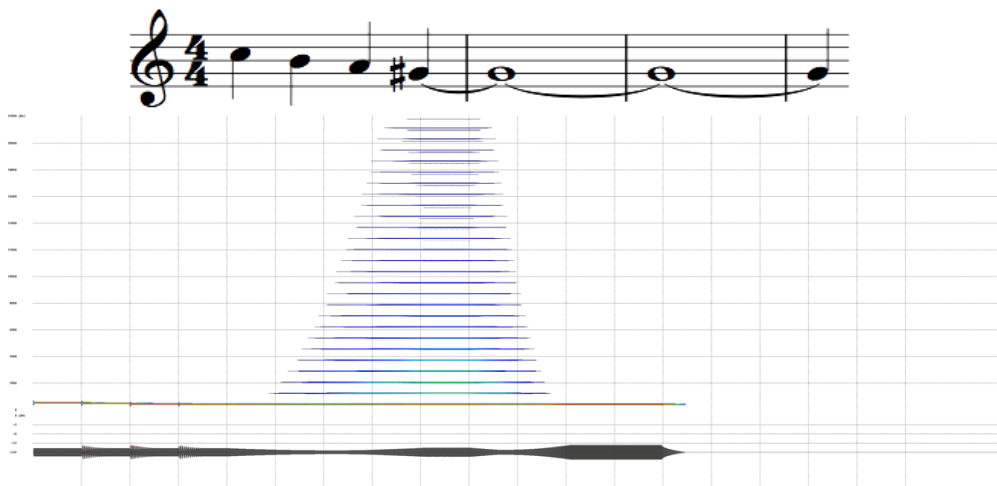
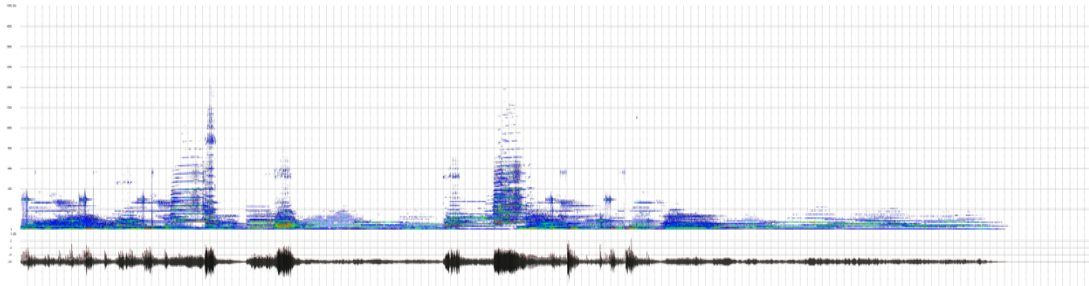


Figure 10 : Sonagramme réalisé avec d'Audiosculpt.

##### Expérience 2 : « The spirit of all »

Il s'agit ici d'appliquer le modèle visuel à un extrait musical de 2'18 composé par Stéphane de Gérando. La bande son a été analysée dans Audiosculpt, avec une limitation de 8 partiels et une analyse effectuée toutes les 1/2 secondes.



Sonagramme



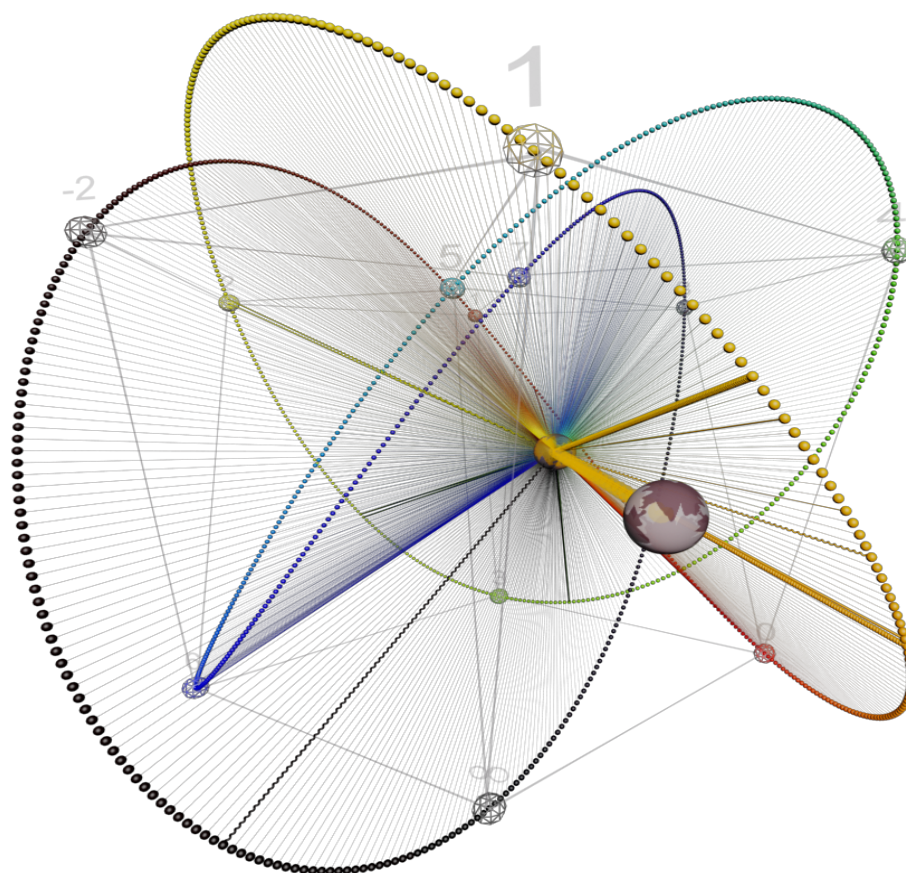
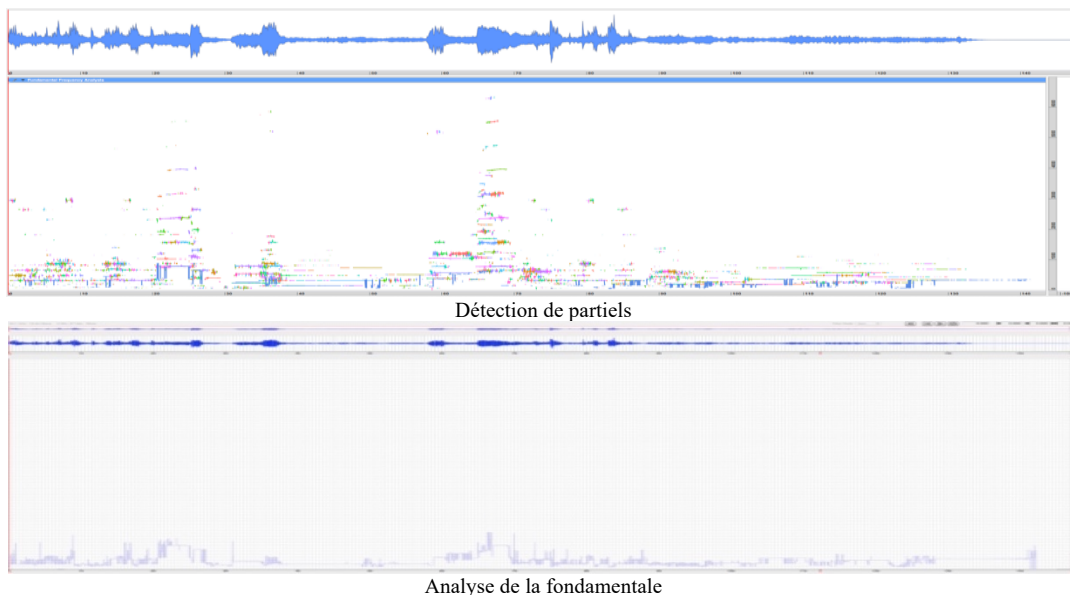


Figure 11 : Différentes analyses dans Audiosculpt de l'extrait musical « The Spirit of All » de Stéphane de Gérando, puis visualisation grâce à l'hypersphère des spectres de l'image 535 /temps 21.4 s., réalisation infographique Gilles Baroin.

## 5. PREMIERES CONSTATATIONS ET PERSPECTIVES ARTISTIQUES

La synthèse de l'image nécessite l'utilisation des données nous informant à la fois sur le contenu spectral d'une séquence sonore et sa décomposition musicale sous forme d'accords. Deux situations sont possibles, ces données pouvant être le fruit d'un processus de synthèse sonore de type additif par exemple, et /ou d'un processus d'analyse du son.

Dans le premier cas, les données indispensables à la synthèse additive seraient appliquées simplement au modèle visuel, le compositeur contrôlant indépendamment l'harmonie et le spectre de chaque son. Le cadre d'une analyse sonographique semble poser plus de questions. Nos premières expériences montrent par exemple qu'il est essentiel de trouver des paramétrages adéquates pour l'analyse, trois situations étant envisageables : l'image reflète les micro-variations du phénomène sonore et sert d'« amplification visuelle » (analyse sonographique détaillée),

l'image accompagne les variations sonores (analyse équilibrée), l'image schématise la perception du son (analyse simplifiée au-delà d'une ½ seconde par exemple).

On s'interroge également au sujet du choix d'une analyse sonographique... Ce choix est-il suffisamment « pertinent » pour rendre compte de la perception d'une œuvre musicale, avec de plus, la double lecture liée au timbre et à l'harmonie qu'il faudrait approfondir dans le cadre de l'utilisation de ce modèle ?

Les données qui serviront à synthétiser l'image doivent être cohérentes. La notion de cohérence fait aussi intervenir des aspects cognitifs et esthétiques, les perceptions visuelles et auditives ayant chacune leurs singularités, le tout replacé dans une perspective artistique diachronique et historique. Une autre question est en jeu, non plus directement liée aux données sonores initiales, mais bien à leurs « transcriptions infographiques » et à la pertinence des choix opérés...

Dans ce labyrinthe d'interactions disciplinaires, comment évaluer l'efficacité du modèle dans le cas d'une utilisation complexe et dans un cadre artistique ? Selon nos premières expériences, le passage du simple au complexe pose la question d'une définition même de la notion de pertinence ou d'efficacité du modèle. Pour éviter de sombrer dans les vertiges de l'analogie [Bouveresse, 1999] ou de se trouver face à des réalisations artistiques simplistes et naïves qui confondent une œuvre bien faite avec la réalité d'une œuvre artistique [de Gérando, 2012], il s'agit ici dans ce type de recherche pluridisciplinaire d'éviter les confusions et de respecter les compétences en les associant. Sciences sans culture ne serait que ruine de l'âme, de la même manière, dans le prolongement de ce qu'aimait rappeler Olivier Messiaen, il n'est pas question de confondre musique, mathématiques, physique, informatique, sciences cognitives...

Mise à part les analogies perceptibles dans un espace à 4 dimensions, quelles sont en conséquence les perspectives de développement artistique d'un tel modèle ? Ce système est-il suffisamment « souple et ouvert » pour représenter un potentiel esthétique en dehors d'un champ expérimental ? Une production en stéréoscopie 3D, la diffusion multi-écrans avec l'immersion de l'observateur dans une polyphonie d'hypersphères réparties en fonction des images acoustiques ou polymorphes, des notions d'interaction et le développement du modèle en temps réel, le voyage dans la 4<sup>ème</sup> dimension avec la possibilité d'une visualisation multi-caméras, la spatialisation du son et de la sphère, la désagrégation du modèle voilé ou pointillé..., autant d'idées qui pourraient participer au développement d'une œuvre musicale.

Plus encore, l'expérience visuelle et sonore de l'hypersphère des spectres provoque notre imaginaire pour dépasser le cadre d'un processus illustratif et analytique. La quatrième dimension géométrique ouvre des perspectives compositionnelles qui pourraient servir l'une des problématiques majeures d'une œuvre comme *Labyrinthe du temps* de Stéphane de Gérando : inventer de nouveaux objets polysensoriels à n dimensions, les complexifier, les intriquer, les représenter, les ressentir.

## REFERENCES

Arnheim, Rudolf, *Art and Visual Perception: A Psychology of the Creative Eye*, University of California Press, 2004.

Baroin, Gilles, *Applications de la théorie des graphes à des objets musicaux : modélisations, visualisations en hyperspace*, Thèse de Doctorat, 2011.

Baroin, Gilles, *The planet-4D model: an original hypersymmetric music space based on graph theory*, MCM'11 Proceedings of the Third international conference on Mathematics and computation in music, Heidelberg, Springer-Verlag Berlin, 2011.

Bouveresse, Jacques, *Prodiges et vertiges de l'analogie*, Paris, Raisons d'agir, 1999.

de Gérando, Stéphane, *L'œuvre musicale contemporaine à l'épreuve du concept*, préface de Paul Méfano, postface de Jean-Yves Bosseur, Paris, L'Harmattan, 2012.

de Gérando, Stéphane, « Presence and absence of creation », *The 3icar journal*, Paris, 3icar /icarEditions, 2012.

de Gérando, Stéphane, *Dialogues imaginaires. Une expérience de la création contemporaine et de la recherche*, Paris, Inactuelles, 2010. Ouvrage bilingue accompagné d'un disque monographique, en collaboration avec Radio-France, MFA, 3icar – icarEnsemble, Inactuelles, 2011, traduction anglaise Julien Elis.

Forte, Allen, *The structure of atonal music: Yale University Press*, 1973.

Wright, W. D., *Researches on Normal and Defective Color Vision*, St. Louis: Mosby, 1947.

## VIDEOS

Site de Gilles Baroin: [www.MatheMusic4D.net](http://www.MatheMusic4D.net)

Site de Stéphane de Gérando: <http://stephane.degerando.free.fr/>